

文章编号: 1000-7598-(2006)02-0252-05

基于坡面网格全局搜索土坡临界滑动面的优化技术

朱向荣¹, 朱益军¹, 姚昕亮²

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310027; 2. 浙江工业大学 土木系, 杭州 310014)

摘 要: 提出了一种基于坡面网格全局搜索土坡临界滑动面的综合优化方法。该方法较好地结合了几何优化和数值优化长处, 原理简单, 若辅以一一定的经验分析, 能较高效地得到土坡临界滑动面。通过 2 个实例计算表明, 该方法计算搜索结果具有较好的稳定性和完备性, 并且适用于一些复杂的工程土坡。

关 键 词: 土坡; 危险滑动面; 几何优化; 共轭梯度法

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Finding globally critical surface by optimization method based on soil slope face grids

ZHU Xiang-rong¹, ZHU Yi-jun¹, YAO Xin-liang²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

Abstract: Based on soil slope face grids, a new method is put forward to globally search critical slip surface on slopes. It has preferably utilized both optimization advantages of geometrical and numerical model. Furthermore, its theory is easily intelligible. If assisted by experience analysis on some degree, it will more efficiently get the critical slip surface on soil slope. Two examples are given; the results are both of good convergence and integrity. The method is applicable to some complex soil slopes.

Key words: soil slope; critical surface; geometrical optimization; conjugate gradient method

1 前 言

土坡的危险滑动面搜索是一个非常古老但又富有活力的研究课题。长期以来, 很多学者都在该领域开展了卓有成效的工作, 并形成了变量解析法、几何优化法和数值优化法等三类方法, 其应用与研究主要表现为以下几方面特点: (1) 变量解析法^[1-4]由于工程边坡的几何轮廓复杂性和材料不均一性, 往往很难实现其极值计算, 只适用于一些简单的均质边坡。(2) 以圆心网格搜索方法为代表的几何优化法目前依然广泛被工程界所青睐, 并常见于国内外一些知名的边坡工程软件中, 如理正、STAB 和 Reame, Slope, Slide, Geo-Slope 程序等等。Van Uu Nguyen^[5] (1985 年) 也曾提出过一种基于多变量的几何映射搜索方法, 但在这方面的研究并不多见。(3) 数值优化方法^[6-10]是目前该领域研究的热点, 它可分为线性和非线性两类, 前者如高斯牛顿法、共

轭梯度法和正则化方法等, 又称为局部优化方法; 后者往往对多自由度的边坡危险滑动面全局搜索具有良好的适用性, 如基于非线性数学规划方法的数值分析方法 (动态规划法等)、基于随机概率理论的 Monte Karlo 法和枚举法以及基于现代人工智能技术的数值方法 (遗传算法、蚂蚁算法和模拟退火算法等), 其特点是利用计算机容量大、计算速度快等优点, 通过特有的数值优化方法, 面向大量而且充足的采样寻找目标函数的最优值。但计算理论和原理相对较为复杂。(4) 随着计算技术的提高和优化方法的多样化, 为实现效率更高、适应性更强的临界滑动面搜索, 不同的方法和理论呈现出相互的借鉴和联合。近些年来, 陈祖煜^[11] (1992 年)、Abdallah I.Husein Malkawi^[12, 13] (2001 年) 在半经验的数学规划方法基础上, 采用 Monte Karlo 法实现了滑动面 (包括圆弧和非圆弧滑面) 多自由度的全局最优搜索。朱大勇^[14-16] (1997 年, 1999 年, 2001 年)

把全坡面的各条块间面划分成了众多状态点, 建立了几何力学优化模型, 并通过控制论中的最优性原理建立了边坡全局临界滑动场 (GCSF) 理论。此外, 基于应力场非线性数值优化搜索危险滑动面方法也有一些研究^[17]。

由此可见, 滑动面搜索技术的方法种类非常多, 而且各有所长。能否确保计算方法的优化效率和样本的充分性是实现其工程应用效果优劣与否的关键技术。科学的研究源于实践的需要, 本文旨在提供一种半经验的、基于坡面网格的数值方法, 该方法能在大范围的全局搜索中逐步、高效地提炼多个局部最优值, 并最终取得全局最优滑动面。

2 土坡滑动面几何优化模型

如图1所示, $y=g(x)$ 为土坡的几何轮廓方程, $y=w(x)$ 为坡体内部的水位线; $y=L_j(x)$ 为不同土层的分界面; $y=r(x)$ 为土坡的深层边界面, 一般指硬土层或基岩顶面。为建立边坡的几何优化模型, 每个试算圆弧滑动面均用3点来表示, 即圆弧与边坡轮廓线的2个交点 $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ 以及 AB 垂直平分线上的土坡内点 $D(x_D, y_D)$, 那么该试算圆弧的基本方程可表示为: $S=S(x_A, x_B, x_D)$, 目标函数 $K=\min F(S)$ 。

为了在坡面上取得充分的采样, 本文基于边坡的具体情况, 在坡面上设置2组特征点, 一组代表试算圆弧前缘的潜在滑出点 A_i ($1 \leq i \leq NI$); 另一组表示试算圆弧的后缘与坡顶交点 B_j ($1 \leq j \leq NJ$), 于是, 对任意的弦 $A_i B_j$, 边坡总是存在一系列的圆弧作为试算的随机样本, 从中可取得相对于弦 $A_i B_j$ 最优滑动面 (图2)。同样, 通过2组特征点的全局交叉搜索, 可以得到对应于所有特征点 A_i 或 B_j 的初级优化滑动面。

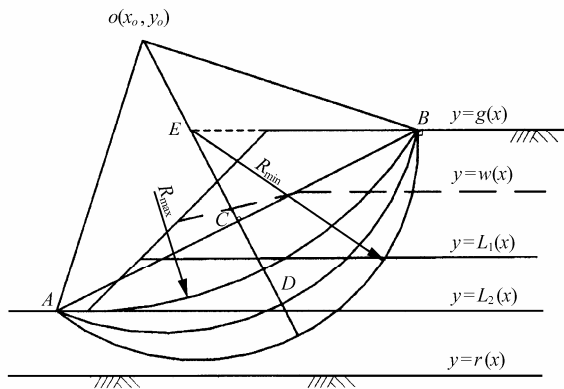


图1 土坡几何轮廓方程

Fig.1 Profile equation of soil slope

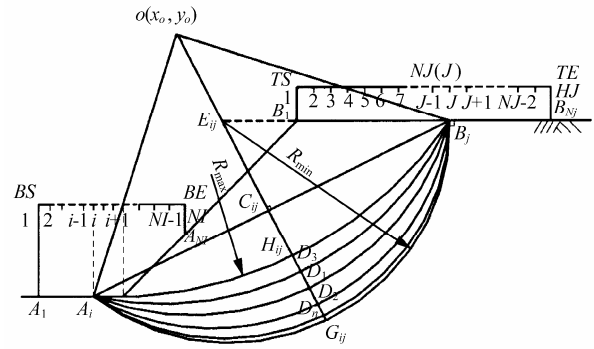


图2 滑动面几何优化模型

Fig.2 Geometrical optimization model of critical surface

以图2为例, 工程上一般认为圆弧滑动面在 B_j 点与坡顶过 B_j 点的竖直线相切时, $E_{ij}(x_{Eij}, y_{Eij})$ 为土坡内对应弦 $A_i B_j$ 之最小半径圆弧圆心。在 $A_i B_j$ 确定情况下, E_{ij} 和 G_{ij} 即可确定, G_{ij} 为对应弦 $A_i B_j$ 的最小半径圆弧与 $A_i B_j$ 的垂直平分线之交点, $C_{ij}(x_{Cij}, y_{Cij})$ 为弦 $A_i B_j$ 的中点。然后, 再搜索确定对应弦 $A_i B_j$ 圆弧的最大半径, H_{ij} 为对应弦 $A_i B_j$ 的最大半径圆弧与 $A_i B_j$ 的垂直平分线之交点 C_{ij} , 当半径无穷大时与 H_{ij} 重合, 而 $D_n(x_{Dn}, y_{Dn})$ 为线段 $H_{ij} G_{ij}$ 上的随机点。本文采用半步长跳跃搜索法, 优化从 $H_{ij} G_{ij}$ 中点 D_1 开始, 接着试算 D_1 与 G_{ij} 的中点 D_2 , 如果 $F(S_{A_i B_j D_2}) \leq F(S_{A_i B_j D_1})$, 那么以半步长继续往 G_{ij} 方向搜索, 试算 D_2 与 G_{ij} 的中点 D_3 ; 否则 D_3 取 H_{ij} 与 D_1 的中点。搜索依此进行, 直到 $F(S_{A_i B_j D_n})$ 在 D_n 点取到一个满意的收敛值。于是, $F(S_{A_i B_j D_n})$ 对应的圆弧就是过弦 $A_i B_j$ 的最优圆弧, 记为 $K_{A_i B_j} = \min F(S_{A_i B_j D_n})$ 。因此, 针对坡面的特征网格, 这样的初级优化圆弧有 $NI \times NJ$ 个, 其安全系数表达式为

$$K_{A_i B_j} = \min F(S_{A_i B_j D_n}) = \min F[S(x_{A_i}, x_{B_j}, x_{D_n})] \quad (1)$$

式中 $1 \leq i \leq NI$; $1 \leq j \leq NJ$; n 为 $F(S_{A_i B_j D_n})$ 在 D_n 点取到一个满意的收敛值时的 n 值。

根据式(1)结果, 可以得到对应坡面特征点 A_i (或 B_j) 的初级优化圆弧 $S_{K_{A_i}}$ (或 $S_{K_{B_j}}$), 其安全系数表达式可记为

$$\left. \begin{aligned} K_{A_i} &= \min_{j=1 \sim NJ} (K_{A_i B_j}); \\ K_{B_j} &= \min_{i=1 \sim NI} (K_{A_i B_j}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 K_{A_i} 与 K_{B_j} 为经过对应坡面特征点 A_i 和 B_j 的几何优化圆弧安全系数。对应的优化圆弧表达式为 $S_{K_{A_i}}$ 和 $S_{K_{B_j}}$ 。

在此基础上, 对那些满足 $K_{A_{i-1}} \leq K_{A_i} \leq K_{A_{i+1}}$ 或

$K_{Bj-1} \leq K_{Bj} \leq K_{Bj+1}$ 的特征点进行筛选, 其数学表达式为

$$\left. \begin{aligned} MS_A[1] &= S_{K_{A1}}, i=1; \\ MS_A[N_p] &= \text{Select}(S_{K_{Ai}}), i=2, 3, 4, \dots \\ &\quad K_{Ai-1} \leq K_{Ai} \leq K_{Ai+1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $MS_A[N_p]$ 为满足条件 $K_{Ai-1} \leq K_{Ai} \leq K_{Ai+1}$ 的初级局部优化圆弧。当 $K_{Ai-1} \leq K_{Ai} \leq K_{Ai+1}$ 时, $N_p = N_p + 1$, $N_p \leq NP$, NP 为过坡脚特征点的初级局部优化圆弧个数。同理

$$\left. \begin{aligned} MS_B[1] &= S_{K_{B1}}, j=1; \\ MS_B[N_q] &= \text{Select}(S_{K_{Bj}}), j=2, 3, 4, \dots \\ &\quad K_{Bj-1} \leq K_{Bj} \leq K_{Bj+1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $MS_B[N_q]$ 为满足条件 $K_{Bj-1} \leq K_{Bj} \leq K_{Bj+1}$ 的初级局部优化圆弧。当 $K_{Bj-1} \leq K_{Bj} \leq K_{Bj+1}$ 时, $N_q = N_q + 1$, $N_q \leq NQ$, NQ 为过坡顶特征点的初级局部优化圆弧个数。从而可以确定该土坡中潜在的多个局部危险滑动面位置 $MS[NK]$, NK 为几何搜索得到的局部危险滑动面个数:

$$MS[NK] = MS_A[NP] \cup MS_B[NQ] \quad (5)$$

式中 $NP, NQ \leq NK \leq NP + NQ$; $MS_A[NP]$ 表示坡面上过 A_i 的几何优化圆弧中满足收敛条件 $K_{Ai-1} \leq K_{Ai} \leq K_{Ai+1}$ 的局部危险滑面; $MS_B[NQ]$ 表示坡面上过 B_j 的几何优化圆弧中满足收敛条件 $K_{Bj-1} \leq K_{Bj} \leq K_{Bj+1}$ 的局部危险滑面; NK 为满足并集条件 $MS_A[NP] \cup MS_B[NQ]$ 的圆弧个数, 亦即基于坡面网格的所有随机样本中搜索到的边坡局部优化圆弧个数:

$$\left. \begin{aligned} MS[N_k] &= S(x_{A_{Nk}}, x_{B_{Nk}}, x_{D_{Nk}}), \\ N_k &= 1, 2, 3, \dots, NK-1, NK \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3 数值优化法搜索全局最优滑动面

为了进一步实现优化, 将 A, B, C 三点确定一个圆弧的表达式 $S = S(x_A, x_B, x_D)$ 转化为另一个函数 $S = S(X)$, 该函数的变量为向量 $X[x_A, x_B, x_D]$ 。于是目标函数由 $\text{Min}F(S)$ 转化为 $\text{Min}K(X)$ 。

$$\text{Min}_{X \in \Omega} K(X), X \in \Omega, \Omega \in R^3 \quad (7)$$

对于式 (7), 可采用共轭梯度法 (FR 法) 进行求解, 其第 j 次极小值的数值优化迭代公式为

$$\left. \begin{aligned} X^j &= \begin{cases} X^1, & j=1 \\ X^{j-1} + \lambda_{j-1} Z^{j-1}, & j=2, 3, 4, \dots \end{cases} \\ Z^j &= \begin{cases} -K_X(X^j)^T, & j=1 \\ -K_X(X^j)^T + K_{j-1} Z^{j-1}, & j=2, 3, 4, \dots \end{cases} \\ K_{j-1} &= \|K_X(X^j)\|^2 / \|K_X(X^{j-1})\|^2, j=2, 3, 4, \dots \\ \lambda_j &= \lambda_{j-1} / 2, j=2, 3, 4, \dots \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 Z^j 为搜索方向; λ 为搜索步长; $K_X(X)$ 为 $K(X)$ 在点 X 的梯度, 即

$$K_X(X) = \left[\frac{\partial K(X)}{\partial x_A}, \frac{\partial K(X)}{\partial x_B}, \frac{\partial K(X)}{\partial x_D} \right] \quad (9)$$

按式 (9) 进行迭代计算, 直到满足 $\|K_X(X^j)\|^2 \leq \varepsilon$ (ε 为人为设定的容许误差) 为止。

最后, 对于 $MS[NK]$ 当中的每个圆弧, 都将找到其邻近对应的局部收敛值, 比较收敛值, 从而得到该边坡危险滑动面全局最优值。

4 计算实例

实例 1. 如图 3 所示, 引用文 [1] 算例, 边坡为简单均质土坡, 图中几何尺寸单位为 m, 土坡坡比为 1:3.25, $\gamma = 19.62 \text{ kN/m}^3$, $c = 58.86 \text{ kPa}$, $\phi = 11.3^\circ$ 。用本文方法进行搜索 (坡脚为特征点之一), 得到计算结果见表 1, 滑动面搜索优化结果见图 3, 4。

表 1 计算成果对比列表

Table 1 Comparison of calculation results

搜索方法	滑动面位置 圆心(m,m) 半径/m	计算 方法	安全 系数	计算时间 /s
张天宝法	(59.210, 134.715) 152.125	瑞典圆弧法	1.277	(解析解)
REAM 法	(57.368, 139.093) 152.582	BISHOP 法	1.358	≤ 1
理正程序	(61.000, 119.000) 138.253	BISHOP 法	1.364	二次迭代, ≥ 60
*本文方法	(57.570, 144.124) 156.945	BISHOP 法	1.351	≤ 1

注: 表中*为分条条块宽度 1 m, $NI=NJ=10$ 时计算结果。

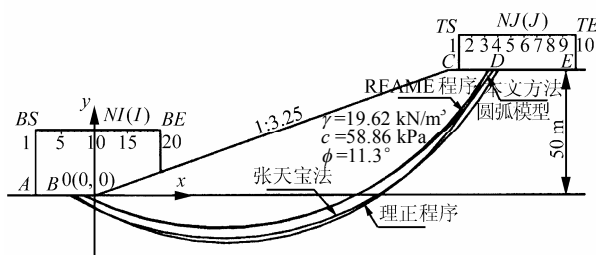


图 3 滑动面优化模型及其搜索结果

Fig.3 Optimization model of critical surface and its results

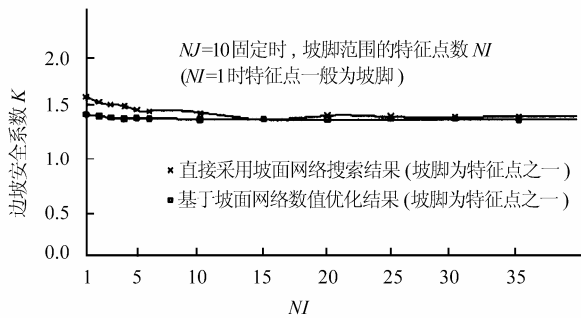


图 4 基于坡面网格数值优化收敛性
Fig.4 Convergence property of optimization results

从实例 1 可以得出以下结论：(1) 对于简单的均质边坡，直接采用坡面网格搜索和基于坡面网格的数值优化方法都能较好地实现优化效果。(2) 由于本例最优滑面滑出点临近坡脚，而坡脚又是必选的特征点之一，因此网格搜索在特征点数目较小的

情况下也能很快找到满足要求的优化滑动面。(3) 当 $NI \geq 10$ 时，两种方法的结果趋于一致，而基于坡面网格的数值优化方法在本例中具有很好的收敛性，计算结果也很稳定。(4) 从表 1 和图 3 可以看出，在最优滑动面的附近，邻近滑动面的安全系数非常接近，危险滑动面实质上是成簇分布出现的。

实例 2. 某边坡为非均质土坡，土坡断面形式及其土层参数见图 5，图中单位为 m。为了搜索该边坡全局最优滑动面，本文通过几何与数值的联合优化得到了 5 个局部优化滑动面，其中 S1 为最危险滑动面， $K_1=1.637$ ；S5 次之， $K_5=1.644$ ，具体分析结果详见表 2。本例安全系数计算力学模型采用 BISHOP 法，滑面最高土条高度 ≥ 1 m。图 6 为滑动面搜索计算结果的收敛性。

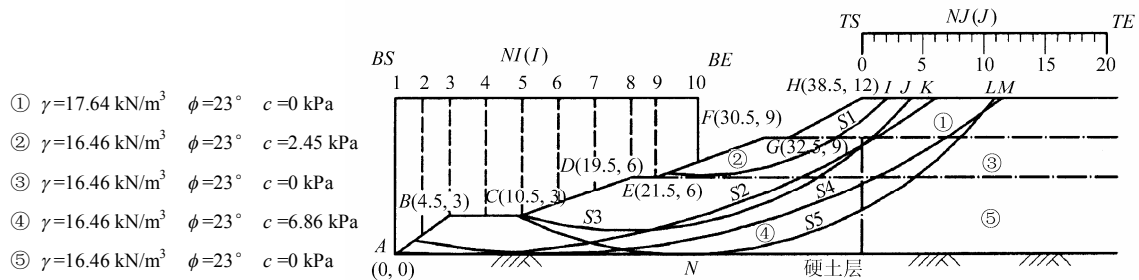


图 5 土坡滑动面优化模型及其搜索结果
Fig.5 Optimization model of critical surface and its results

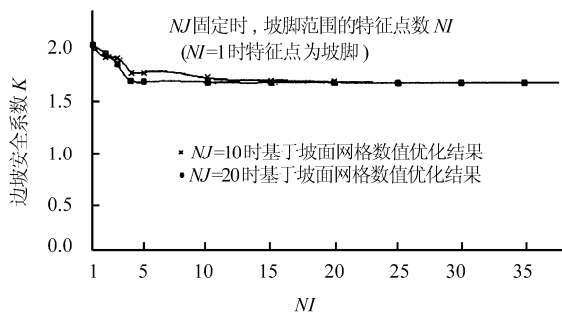


图 6 基于坡面网格数值优化收敛性
Fig.6 Convergence property of optimization results

表 2 数值优化结果列表

Table 2 Optimization results of suefaces

圆弧编号	圆心位置/m (x_0, y_0)	半径 R /m	安全系数 K
S1	(25.401, 28.802)	22.664	1.637
S2	(5.000, 71.360)	71.360	2.063
S3	(19.159, 33.801)	31.995	2.017
S4	(13.002, 63.496)	63.446	1.861
S5	(24.998, 34.005)	34.005	1.644

注：本算例力学模型采用 BISHOP 法，土条宽度为 1 m。

根据例 2 的结果，本文方法能较好地实现复杂土坡滑动面的全局最优搜索，并且在搜索的过程中能够获得一系列局部优化滑动面，这些滑动面同样对工程具有较好的指导作用。此外，基于坡面网格的数值优化方法特征点布置非常关键，其基于经验的合理布置可以大大降低试算圆弧的工作量，一般试算圆弧的数目为 1 000~10 000 时，搜索已经能达到满意的效果。在例 2 中， $NI=20$ ， $NJ=20$ ，分条条块宽度 1 m 时，计算机(内存 256 M，CPU1.8 G)所耗搜索时间仅约 5 s。

5 结 语

本文提出的基于坡面网格全局搜索土坡危险滑动面的优化技术，实质上是一种几何与数值方法的联合优化技术。通过研究可以证明它在一些复杂的土坡问题上是具有较好的应用效果，其中，特征点的几何优化大大简化了以往其他许多方法在滑动面搜索中碰到的非线性多极值收敛问题，也极大发挥了共轭梯度法在局部收敛域中应用的长处，具有原

理简单以及特征点基于经验的非规则布置等特点,为解决一些复杂工程边坡问题提供了一种较好的手段,并能较好应用于土钉或锚杆挡墙的内部稳定性验算。当然,本文的方法也存在着一些不足之处,如特征点的密度和布置范围对工程经验具有一定的依赖性。尽管如此,针对其特征点布置范围的机动性和特征点范围内高效搜索的全局性,基于坡面网格全局搜索土坡危险滑动面的优化技术还是具有较大的实用价值。

参 考 文 献

- [1] 张天宝. 土坡稳定分析和土工建筑物的土坡设计[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1987.
- [2] 王建锋. 斜坡临界滑动面随机模拟及稳定性评价[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(3): 294—299.
WANG Jian-feng. Random simulation of critical slope failure surface[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1999, 18(3): 294—299.
- [3] 罗文强, 张倬元, 黄润秋, 等. 滑动面确定的变分法模型[J]. 长江科学院院报, 2000, 17(3): 35—37.
LUO Wen-qiang, ZHANG Zhuo-yuan, HUANG Run-qiu, et al. Model of calculus of variation used for determination of sliding surface[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2000, 17(3): 35—37.
- [4] 蒋斌松, 吕爱钟, 蔡美峰. 纯黏土边坡稳定性的解析计算[J]. 工程力学, 2003, 20(5): 204—208.
JIANG Bin-song, LÜ Ai-zhong, CAI Mei-feng. Analysis of stability for cohesive soil slopes[J]. **Engineering Mechanics**, 2003, 20(5): 204—208.
- [5] Nguyen V U. Determination of critical slope failure surfaces[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(2): 238—249.
- [6] Zu Yu CHEN, Chang Ming SHAO. Evaluation of factor of safety in slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1988, 25: 735—748.
- [7] 弥宏亮, 陈祖煜. 遗传算法在确定边坡最小安全系数中的应用[J]. 岩土工程学报, 2003, 15(6): 671—675.
MI Hong-liang, CHEN Zu-yu. Genetic algorithm used in determining the global minimum factor of safety of slopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 15(6): 671—675.
- [8] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [9] 肖专文, 张奇志, 梁力, 等. 遗传进化算法在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(1): 44—46.
XIAO Zhuan-wen, ZHANG Qi-zhi, LIANG Li, et al. Application of genetic evolutionary algorithm for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(1): 44—46.
- [10] 李守巨, 刘迎曦, 何翔, 等. 基于模拟退火算法的边坡最小安全系数全局搜索方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 236—240.
LI Shou-ju, LIU Ying-xi, HE Xiang, et al. Global search algorithm of minimum safety factor for slope stability analysis based on annealing simulation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(2): 236—240.
- [11] Zu Yu CHEN, Random trials used in determining global minimum factors of safety of slopes[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1992, 29(2): 225—233.
- [12] Abdallah I Husein Malkawi, Waleed F Hassan, Sarada K Sarma. Global search method for locating general slip surface using monte carlo techniques[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2001, 127(8): 688—698.
- [13] Abdallah I Husein Malkawi, Waleed F Hassan, Sarada K Sarma. An efficient search method for finding the critical circular slip surface using the monte carlo technique[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38: 1 081—1 089.
- [14] 朱大勇. 边坡临界滑动场及其数值模拟[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(1): 63—69.
ZHU Da-yong. Critical slip field of slope and its numerical simulation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1997, 19(1): 63—69.
- [15] 朱大勇, 周早生. 边坡全局临界滑动场(GCSF)理论及工程应用[J]. 土木工程学报, 1999, 32(3): 66—72.
ZHU Da-yong, ZHOU Zao-sheng. Theory of globally critical slip field of slopes and its application to practical engineering[J]. **China Civil Engineering Journal**, 1999, 32(3): 66—72.
- [16] Da-Yong Zhu. A method for locating critical slip surfaces in slope stability analysis[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38(2): 328—337.
- [17] 王成华, 夏绪勇, 李广信. 基于应力场的土坡临界滑动面的蚂蚁算法搜索技术[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(5): 813—819.
WANG Cheng-hua, XIA Xu-yong, LI Guang-xin. Ant algorithm in search of the critical slip surface in soil slopes based on stress fields[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(5): 813—819.